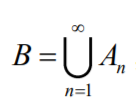
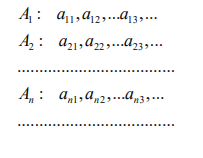
**1․Հաշվելի թվով հաշվելի բազմությունների միավորման հզորությունը։**

Անվերջ բազմություններից ամենափոքր հզորություն ունեն հաշվելի բազմությունները:

**Թեորեմ**: **Վերջավոր կամ հաշվելի թվով հաշվելի բազմությունների միավորմանը հաշվելի է:**

* Դիտարկենք միայն հաշվելի դեպքը: Դիցուք  , որտեղ բոլոր An -երը հաշվելի են, հետևաբար նրանց տարրերը կարելի է համարկալել, դիցուք  Կազմենք հետևյալ աղյուսակը․



Անկյունագծաձև համարակալում ենք։ Սկզբում a11, հետո a12, a21 և այդպես շարունակ։

Պարզ է, որ այսպիսով մենք կհամարակալենք B բազմության բոլոր տարրերը:

**2.Ռացիոնալ թվերի հաշվելիությունը, [0, 1]-ի և իռացիոնալ թվերի ոչ հաշվելիությունը։**

**Թեորեմ**: **Ռացիոնալ թվերի Q բազմությունը հաշվելի է:**

* Իրոք , , այստեղ An -ը n հյտարարով կոտորակների բազմությունն է և ակնհայտորեն այն հաշվելի է: Ուրեմն -ն որպես հաշվելի թվով հաշվելի բազմությունների միավորում հաշվելի է:

**Թեորեմ**: **[0,1] հաշվելի չէ:**

* Ներկայացնենք անվերջ տասնորդական կոտորակով

X1 = 0,a11a21a31…

Պետք է գտնենք թիվ, որը հավասար չէ xi -ին, i = 1, 2, …

X2 = 0,a12a22a32…

X3 = 0,a13a23a33…

1-ը գրենք 0,99999․․․

x=a1a2a3…, այնպես որ

a1 ≠ a11 , 0, 9

a2 ≠ a22 , 0, 9 => xi ≠ ոչ մեկին

a3 ≠ a33, 0, 9

․․․

**3. 0 և 1 թվանշանը բաղկացած հաջորդականությունների բազմության ոչ հաշվետվությունը**

**Թեորեմ: Երկու սիմվոլներից կազմված բոլոր հնարավոր հաջորդականությունների բազմությունը ունի կոնտինիում հզորություն:**

* Առանց ընդհանրությունը խախտելու կարելի է ենթադրել, որ այդ սիմվոլներն են 0 և 1-ը: Այդ դեպքում, եթե 0 և 1-երից կազմված հաջորդականությունների բազմությունից հեռացնենք ինչ որ տեղից հետո միայն 1-եր պարունակող հաշվելի հզորության բազմությունը, ապա կարող ենք փոխմիարժեք համապատասխանություն ստեղծել մնացած հաջորդականությունների բազմության և [0,1] հատվածի միջև` ամեն թվի համապատասխանեցնելով նրա 2-ական կոտորակը: Բայց հայտնի է, որ անվերջ բազմությանը հաշվելի բազմություն միավորելուց կամ նրանից հաշվելի բազմություն հեռացնելուց նրա հզորությունը չի փոխվի:

և քանի որ կոնտինիում է => հաշվելի չէ:

**4. Փոխմիարժեք համապատասխանություն [0, 1)-ի և [0, 1]-ի միջև։**

* Կատարենք նշանակում․

[0,1]\{1, ½, 1/3, ¼, … , 1/n, …} նշ․ B

[0, 1] = B U {1, ½, 1/3, … , 1/n, …}

[0, 1) = B U { ½, 1/3, ¼, … , 1/n, 1/(n+1), …}

**5․ Կոնտինիումից մեծ հզորություն ունեցող բազմության օրինակ։**

**Դիտարկենք [0, 1]-ի վրա բոլոր վերջավոր արժեք ընդունող ֆունկցիաների բազմությունը , նշանակենք F[0, 1], որի հզորությունը > է կոնտինիումից(c);**

* Ապացուցենք

1.[0, 1] F[0, 1] ․ ․ ․ ․ ․ ենթադրենք հակառակը՝ հզորությունները հավասար են =>

: [0, 1] -> F[0, 1] և -ն բիյեկտիվ է ( ամեն t-ին համապատասխանում է իրական ֆունցկիա)։

Կդիտարկենք իրական ֆունկցիա և ցույց կտանք, որ ինչ որ t0-ի համար այդ ֆունկցիան ոչ մի թվի պատկեր չի կարող լինել => հակասություն։

2.[0, 1] F0 , F0­ F[0, 1] …… վերցնենք հաստատուն ֆունկցիաները և դրանց հզորությունը հենց կոնտինիումի է հավասար։

Կանտորի թեորեմ։ Ամեն հզորությունից մեծ հզորություն կա։

**6․ Թեորեմ բազմության ենթաբազմությունների բազմությունը հզորության** **վերաբերյալ**։

**Պնդում։ Վերցնենք հաշվելի բազմություն և դիտ․ բոլոր ենթաբազմ․-ների բազմ․-նը․**

**B(N) = c , c=2a , N = a:**

Ընդհանրապես բոլոր ենթաբազմությունների բազմությունը կարելի է փոխմիարժեք և վրա ձևով համապատասխանեցնել այդ բարդության վրա 0 և1 արժեքներ ընդունող ֆունկցիաների բազմության հետ։ Օրինակ

2, 4, 6, 8 … N

0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1…

0 և 1-երից բաղկացած հաջ․-ը փոխմիարժեք է E-ի ենթաբազմության հետ։

Օրինակ

111․․․100․․․0 {1, 2, 3, …, 10} E N {a1, a2, a3, …}

1, i E

10 հատ ai =

0, i E

Կունենանք փոխմիարժեք և վրա արտապատկերում բոլոր ենթաբազմություններից բոլոր ենթահաջորդականությունների վրա որոնց արժեքները 1 են կամ 0։

Հիմա այն պնդումը ապացուցելու համար բավական է ապացուցել որ եթե դիտարկենք բոլոր հաջորդականությունները 1եր են կամ 0-ներ h{0, 1} B(N), այսինքն ապացուցենք որ h{0, 1}= c:

a[0, 1] a0,a0a1a2…an…

ենթ․ 0 1 1 0 0 ․․․ հակառակներով կվերցնենք ai-երը => ըստ Կանտորի մեթոդի

1 0 1 0 1․․․ հաշվելի չէ, կոնտինիում է;

0 0 0 1 1 ․․․ Փաստորեն a<c = 2a և այն կարող ենք անընդհատ մեծացնել։

․․․․

**7․ Մետրիկական տարածություն, զուգամիտություն**

**Մետրիկա — հեռավորություն**

**Սահմանում։** **Մետրիկական տարածությունը իրենից ներկայացնում է X բազմ․-ն և այդ**

**բազմ․-յան մեջ մետրիկա, այսինքն ցանկացած 2 տարր ունեն հեռավորություն։**

Բերենք մետրիկական տարածությունների օրինակներ:

*1. Այսպիսի տարածությունը կոչվում է դիսկրետ մետրիկական տարածություն:*

Դիցուք X -ը կամայական բազմություն է, իսկ ρ(x, y)= 0, երբ x = y և ρ(x, y)=1, երբ x ≠ y : Հեշտությամբ ստուգվում է , որ այսպես սահմանված ρ( x, y)−ն բավարարում է մետրիկայի աքսիոմներին: Այսպիսով ցանկացած բազմություն կարելի է դարձնել մետրիկական տարածություն:

2․ m - Բոլոր սահմանափակ հաջորդականությունների բազմությունը,ro = sup|xi-yi|

3․ S - Բոլոր հաջորդականությունների բազմությունը, ro = գումար ½^i |xi-yi|/1+|xi-yi|

4․ Rk-ն, ռո-ն արմատի տակ գումար |xi-yi|^2

5. C[a, b] - Անընդհատ ֆունկցիաների բազմությունը, ro = max|f(x)-g(x)|, ու ինտեգրալով:

**Զուգամիտությունը մոտռիկական տարածություններում։**

Ունենք (X,ro) մետրիկական տարածությունը

Հաջորդականության զուգամիտություն {Xn n=1, X,

Կասենք limXn=a, aX

n->

Բերենք թվային հաջ․

n->

limXn=a,

**lim(ro|Xn, a|)=0 այն և միայն այն դեպքում երբ ցանկացած էփսիլյոն դրական թվի համար գոյություն ունի n0 այնպես որ ro(Xn,a)<eps երբ n>n0:**

**Rk-ում**

կոորդինատ առ կոորդինատ է

**S-ում**

**Դիսկրետ մետրիկայով** տարածության համար զուգամիտություն տեղի ունի միայն ստացիոնար(ինչ որ տեղից սկսած դառնում ա հաստատուն) հաջ-յան համար։

**C[a, b] Ֆունկցիոնալ տարածության** մեջ հավասարաչափ զուգամիտություն է։

**8․Բաց և փակ բազմ․-ներ, հատկություններ։ Օրինակներ, բաց և փակ գնդեր։**

x0 ∈ E կետը կանվանենք E բազմության **ներքին կետ** ,եթե գոյություն ունի այդ կետի E-ում ընկած B(x0 ,ε ) շրջակայք: Այսինքն ∃ε > 0 այնպես, որ B (x0,ε ) ⊂ E:

E բազմության ներքին կետերի բազմությունը կնշանակենք E° -ով:

1․x0∈X կետը կանվանենք E բազմության **սահմանային կետ**, եթե ∀ε > 0 B( x0,ε )-ում կան անվերջ թվով կետեր E-ից։

2․x0∈X կետը կանվանենք E բազմության **սահմանային կետ**, եթե ∀ε > 0 B( x0,ε )-ում կա գոնե 1 կետ E-ից, որը տարբեր է x0-ից։

3․x0∈X կետը կանվանենք E բազմության **սահմանային կետ**, եթե ∃ {X(n)⊂ E, այնպես որ

X(n) ≠ x0 և X(n) —> x0:

E բազմության սահմանային կետերի բազմությունը կնշանակենք E′-ով:

**Սահմանում: E բազմությունը կանվանեք *բաց* բազմություն, եթե այն բաղկացած է միայն ներքին կետերից:**

**Սահմանում: E բազմությունը կանվանեք *փակ* բազմություն, եթե այն պարունակում է իր բոլոր սահմանային կետերը:**

**Հատկություններ**

**1․** ∅, X բաց բազմություններ են։

**2․** Ցանկացած թվով բաց բազմ․-երի միավորումը բաց է։

**3․** Վերջավոր թվով բաց բազմությունների հատումը բաց է, եթե բաց են այդ բազմությունները։

**1․** ∅, X փակ բազմություններ են։

**2․** Ցանկացած թվով փակ բազմ․-երի հատումը փակ է։

**3․** Վերջավոր թվով փակ բազմությունների միավորումը փակ է, եթե փակ են այդ բազմությունները։

**Օրինակներ**

**1․** B(a,r) բաց գունդը բաց բազմություն է։

**2․** B[a,r] փակ գունդը փակ բազմություն է։